I. CONJUNTOS.

1.- Definición.

Un *conjunto* es una colección, grupo o reunión de elementos. Un *elemento* es cualquier cosa existente en el universo.

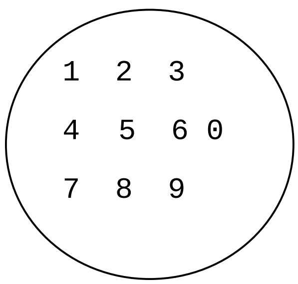
2.- Formas de anotarlos.

a) Con diagramas.

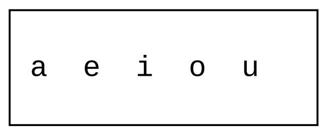
En este caso se dibujan los elementos en el interior de una figura geométrica.

Ejemplos:

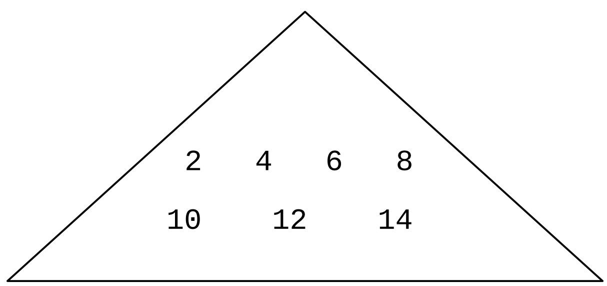
A



B



C



Nota 1: A, B y C son los *nombres* de estos conjuntos.
Nota 2: Por simplicidad, se trabaja principalmente con números y letras.

b) Por extensión.

Los elementos del conjunto son presentados entre llaves, de uno en uno, separados por comas.

Ejemplos:

A = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 }
B = { a, e, i, o, u }

C = { 2, 4, 6, 14, 12, 10, 8 }

Nota: El orden en que sean presentados los elementos no importa.

c) Por comprensión.

Se enuncia el conjunto con un nombre genérico, que se refiere a alguna propiedad común que poseen sus elementos.

Ejemplos:

A = Conjunto de los dígitos
B = Conjunto de las vocales
C = Conjunto de los números pares entre el 2 y el 14

3.- Conjuntos especiales.

a) Conjunto Universo.

Es el conjunto que contiene a *todos* los elementos con los que deseamos trabajar.

Ejemplos:

Si vamos a emplear los elementos contenidos en los conjuntos A, B y C que han sido mostrados anteriormente, nuestro conjunto universo podría ser uno de los siguientes:

S' = { a, e, i, o, u, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14 }
S'' = { números desde el cero al veinte y letras del alfabeto }

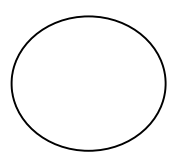
Nota 1: Un conjunto universo *puede* contener tantos elementos como queramos, aunque no todos los ocupemos.

Nota 2: Un conjunto universo *debe* contener todos los elementos que vamos a ocupar.

b) Conjunto Vacío.

Es un conjunto que no tiene elementos. Es único, y se representa como:

ϕ V = { } V



4.- Propiedades.

a) Pertenencia ($\in$).

Se dice que un elemento *x pertenece* a un conjunto si está contenido en él.

Ejemplos:
$0 \in A$ $\quad$ a, e, u $\in B$ $\quad$ $2, 4 \in C$

Nota 1: Un mismo elemento puede pertenecer a muchos conjuntos.
Nota 2: Ningún elemento pertenece al conjunto vacío.

b) Cardinalidad (#).

Es el número de elementos de un conjunto.

Ejemplos:
A = 10 $\quad$ # B = 5 $\quad$ # C = 7

5.- Relaciones entre conjuntos.

a) Inclusión ($\subset$).

Se dice que un conjunto X está incluido en otro conjunto Y, cuando todos los elementos de X están contenidos en Y. También se dice que X *es subconjunto de* Y.

Ejemplo:
Si D = { 0, 1, 2 } ; entonces $D \subset A$.

Nota 1: Todo conjunto es subconjunto de sí mismo. .
Nota 2: El conjunto vacío es subconjunto de todos los conjuntos. .
Nota 3: Para indicar que un conjunto X no es subconjunto de otro conjunto Y se escribe $X \not\subset Y$
Nota 4: Se afirma que, si X es subconjunto de Y, entonces Y es *superconjunto* de X.
Nota 5: Se afirma que, si X es subconjunto de Y, y además Y posee elementos que no pertenecen a X, entonces X es *subconjunto propio* de Y.

Ejemplo:
E = { 0 } entonces E es subconjunto propio de D.

Nota 6: Se afirma que, si X es subconjunto de Y, y a la vez, Y es subconjunto de X; entonces X e Y son conjunto *iguales*. Se anota: $X \subseteq Y$.

Ejemplo:
Si F = { 2, 1, 0 } entonces $F \subseteq D$.

b) Conjunto potencia.

El conjunto *potencia* de un conjunto X es aquel conjunto *P(X)*, que contiene a todos los subconjuntos posibles de X.

Ejemplo:

Si D = { 0, 1, 2 }; entonces:
P(D) = { ϕ, [0], [1], [2], [0, 1], [0, 2], [1, 2], [0, 1, 2] }

Nota: La cardinalidad del conjunto potencia, de otro conjunto que posee n elementos, es igual a 2^n.

Ejemplo:

D = 3, # P(D) = 2^3 = 2 x 2 x 2 = 8

b) Conjuntos equivalentes (⇔).

Se dice que dos o más conjuntos son equivalentes cuando tienen el mismo número de elementos.

Ejemplos:

D ⇔ F, ya que # D = # F = 3.

c) Conjuntos disjuntos.

Son aquellos que no tienen elementos en común; es decir, un mismo elemento no se encuentra presente en conjuntos que son *disjuntos* entre sí.

Ejemplos:

A y B, B y C, B y F

d) Complemento de un conjunto.

El *complemento* de un conjunto X es aquel conjunto X^c que contiene todos los elementos que están en el conjunto universo, sin que estén contenidos en X.

Ejemplos:

Si definimos como conjunto universo:

S = números entre 0 y 20.

Entonces se cumple que:

A^c = { 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 }
C^c = { 0, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20 }

6.- Operaciones entre conjuntos.

a) Unión ($\cup$).

De la unión de dos conjuntos X e Y resulta otro conjunto que contiene los elementos contenidos tanto en X como en Y, tomando en cuenta una sola vez los que están en ambos.

Ejemplos:

$A \cup B = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, e, i, o, u \}$
$A \cup C = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14 \}$

b) Intersección ($\cap$).

De la intersección de dos conjuntos X e Y se obtiene otro conjunto que contiene los elementos que están en ambos a la vez.

Ejemplos:

$A \cap C = \{ 2, 4, 6, 8 \}$
$B \cap E = \{ a, e, i, o, u \}$

c) Resta ($-$).

El resultado de la resta entre dos conjuntos X e Y, es un conjunto que contiene los elementos que pertenecen a X, pero no pertenecen a Y.

Ejemplos:

$A - C = \{ 0, 1, 3, 5, 7, 9 \}$
$A - D = \{ 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$

7.- Propiedades de las operaciones.

a) Operaciones con los conjuntos *vacío* y *universo*.

Si S es el conjunto universo escogido y ϕ el conjunto vacío; para cualquier conjunto X se cumple:

- $X \cup S = S$
- $X \cup \phi = X$
- $X \cap S = X$
- $X \cap \phi = \phi$

b) Operaciones consigo mismo y su complemento.

- $X \cup X = X$
- $X \cap X = X$
- $X \cup X^c = S$
- $X \cap X^c = \phi$

c) Conmutatividad.

La unión y la intersección son operaciones *conmutativas*, ya que no importa el orden en que aparezcan los conjuntos con los que se trabaja.

- $X \cup Y = Y \cup X$
- $X \cap Y = Y \cap X$

Nota: La resta de conjuntos no es conmutativa.

c) Asociatividad.

La unión y la intersección son operaciones *asociativas*, porque cumplen la siguiente condición:

- $(X \cup Y) \cup Z = X \cup (Y \cup Z)$
- $(X \cap Y) \cap Z = X \cap (Y \cap Z)$

Nota: La resta de conjuntos no es asociativa.

d) Distributividad.

La unión de conjuntos es *distributiva* con respecto a la intersección:

- $X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$

La intersección de conjuntos es *distributiva* con respecto a la unión:

- $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$